

ОТЗЫВ
официального рецензента на диссертационную работу Досмагұловой Қарлығаш Алматқызы на тему:
«Корректно разрешимые задачи для оператора Лапласа-Бельтрами на римановой сфере с разрезами», представленной на соискание
степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05401 – Математика»

№ п/п	Критерии	Соответствие критериям (подчеркнуть один из вариантов ответа)	Обоснование позиции официального рецензента (замечания выделить курсивом)
1.	Тема диссертации (на дату ее утверждения) соответствует направлениям развития науки и/или государственным программам	<p>1.1 Соответствие приоритетным направлениям развития науки или государственным программам:</p> <p>1) диссертация выполнена в рамках проекта или целевой программы, финансируемого(ой) из государственного бюджета (указать название и номер проекта или программы);</p> <p>2) диссертация выполнена в рамках другой государственной программы (указать название программы);</p> <p><u>3) диссертация соответствует приоритетному направлению развития науки, утвержденному Высшей научно-технической комиссией при Правительстве Республики Казахстан (указать направление).</u></p>	<p>4. Интеллектуальный потенциал страны. 4.5. Фундаментальные и прикладные исследования области математики, механики, астрономии, физики, химии, биологии, информатики и географии</p> <p>Диссертация выполнена в рамках научного проекта грантового финансирования молодых ученых по проекту «Жас Фалым» Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан на 2024-2026 годы «Корректная задача для дифференциальных операторов на римановом многообразии» (2024-2026 годы, АП АП22685565) и соответствует направлениям развития науки по приоритету: «Интеллектуальный потенциал страны», по под приоритетному: «Фундаментальные и прикладные исследования в области математики, механики, астрономии, физики, химии, биологии, информатики и географии».</p>
2.	Важность для науки	Работа вносит /не вносит существенный вклад в науку, а ее важность хорошо раскрыта /не раскрыта.	Диссертационная работа исследователя посвящена актуальной и важной проблеме спектральной теории дифференциальных операторов. Она относится к фундаментальным разделам дифференциальных уравнений в частных производных и уравнениям математической физики. Результаты диссертации имеют значимость для дальнейшего развития теории эллиптических операторов на римановых

			многообразиях, а также для приложений в квантовой механике. Введение новых корректных постановок задач и доказательство дискретности спектра для возмущённых операторов открывают новые перспективы для исследований в смежных областях. Результаты исследования вносят определенный вклад в теорию дифференциальных уравнений в частных производных и уравнений математической физики. Важность результатов полностью раскрыта .
3.	Принцип самостоятельности	<p>Уровень самостоятельности:</p> <p>1) <u>высокий</u>;</p> <p>2) средний;</p> <p>3) низкий;</p> <p>4) самостоятельности нет.</p>	<p>Из представленного списка научных трудов видно, что основные результаты диссертационной работы опубликованы в ведущих научных журналах, индексируемых в базах Web of Science (Q1, Q4) и Scopus, а также представлены на международных конференциях.</p> <p>Большинство статей выполнено в соавторстве с научным руководителем, что является обычной практикой для исследований подобного уровня. Анализ содержания публикаций, отражающих ключевые положения диссертации, показывает, что основные результаты и доказательства принадлежат автору диссертации — Досмагуловой. В работах прослеживается её самостоятельный подход к постановке задач, формулировке теорем и доказательству новых утверждений в области спектральной теории дифференциальных операторов.</p> <p>Таким образом, можно заключить, что диссидентка проявила высокий уровень самостоятельности при выполнении научных исследований, получении результатов и подготовке публикаций.</p>

4.	Принцип внутреннего единства	<p>4.1 Обоснование актуальности диссертации:</p> <table border="1"> <tr> <td data-bbox="669 314 1354 346">1) обоснована;</td></tr> <tr> <td data-bbox="669 346 1354 377">2) частично обоснована;</td></tr> <tr> <td data-bbox="669 377 1354 425">3) не обоснована.</td></tr> </table>	1) обоснована;	2) частично обоснована;	3) не обоснована.	<p>Актуальность темы диссертационной работы обоснована.</p> <p>Диссертация посвящена актуальной проблеме спектрального анализа и корректных постановок задач для операторов Лапласа–Бельтрами и гармонического осциллятора с δ-образными возмущениями на римановых многообразиях различной размерности.</p> <p>В первой главе получены результаты по построению и исследованию дельтаобразных возмущений оператора Лапласа–Бельтрами на двумерной сфере, определены максимальный оператор и его ограничения, построена функция Грина возмущённого оператора, что создает основу для последующих постановок корректных задач.</p> <p>Во второй главе рассмотрены корректно разрешимые задачи для уравнения Лапласа–Бельтрами на сфере с удалённой дугой (разрезом), установлены дополнительные условия на границе, обеспечивающие единственность решения.</p> <p>В третьей главе исследованы корректные постановки задач для оператора Лапласа–Бельтрами на трёхмерной сфере с разрезом по окружности. Показано, что предложенные методы корректного ограничения оператора сохраняют применимость в более сложных геометрических конфигурациях.</p> <p>В четвёртой главе проведён спектральный анализ возмущённого оператора Лапласа–Бельтрами, доказано свойство дискретности его спектра и описана система собственных функций. Дополнительно исследованы возмущённые гармонические осцилляторы, установлена связь</p>
1) обоснована;						
2) частично обоснована;						
3) не обоснована.						

		<p>между их спектральными характеристиками и невозмущёнными операторами.</p> <p>Результаты диссертации являются логически взаимосвязанными, демонстрируют внутреннее единство исследования и подтверждают его высокую научную актуальность. Работа выполняет переход от локальных моделей к общим случаям и раскрывает универсальность методов анализа возмущённых операторов.</p> <p>Таким образом, актуальность диссертационной работы полностью обоснована.</p>
	<p>4.2 Содержание диссертации отражает тему диссертации:</p> <p>1) <u>отражает</u>;</p> <p>2) частично отражает;</p> <p>3) не отражает.</p>	<p>Все главы работы непосредственно связаны с основной идеей диссертации — изучением корректных постановок и спектральных свойств операторов Лапласа–Бельтрами и их возмущений на римановых многообразиях различной размерности. Исследование охватывает как теоретические аспекты построения корректных ограничений операторов, так и анализ их спектральных характеристик, что полностью соответствует теме «<i>Корректная задача для дифференциальных операторов на римановом многообразии</i>».</p> <p>В работе обеспечена преемственность между разделами: переход от двумерной сферы к трёхмерной, а затем к гармоническому осциллятору демонстрирует реализацию общей концепции и развитие единого методологического подхода. Структура, методы и полученные результаты полностью соответствуют содержанию и направлению заявленной темы.</p> <p>Таким образом, содержание диссертации отражает заявленную тему исследования.</p>

	<p>4.3. Цель и задачи соответствуют теме диссертации:</p> <p>1) <u>соответствуют;</u></p> <p>2) частично соответствуют;</p> <p>3) не соответствуют.</p>	<p>Сформулированная в диссертации цель — разработка и исследование корректных постановок задач для дифференциальных операторов, в частности оператора Лапласа–Бельтрами, на римановых многообразиях и изучение их спектральных свойств — полностью отражает содержание темы «<i>Корректная задача для дифференциальных операторов на римановом многообразии</i>».</p> <p>Определённые автором задачи, направленные на построение функций Грина, исследование корректных ограничений операторов, анализ краевых задач на сferах с проколами и разрезами, а также изучение дискретности спектра возмущённых операторов, логично вытекают из поставленной цели и обеспечивают её полную реализацию.</p> <p>Таким образом, цели и задачи диссертационной работы в полной мере соответствуют её теме.</p>
	<p>4.4 Все разделы и положения диссертации логически взаимосвязаны:</p> <p>1) <u>полностью взаимосвязаны;</u></p> <p>2) взаимосвязь частичная;</p> <p>3) взаимосвязь отсутствует.</p>	<p>Все разделы и положения диссертационной работы полностью взаимосвязаны.</p> <p>Диссертация построена последовательно и логично: каждая глава естественным образом продолжает предыдущую и направлена на развитие единой научной концепции — исследование корректных постановок и спектральных свойств операторов Лапласа–Бельтрами и их возмущений на римановых многообразиях.</p> <p>В первой главе заложены теоретические основы, во второй — рассмотрены частные случаи корректных задач, в третьей — методы обобщаются на более сложные геометрические области, а в четвёртой — проводится спектральный анализ, завершающий и подтверждающий общие результаты. Такая Вывод:</p>

		<p>все разделы и положения диссертации полностью взаимосвязаны.</p>
	<p>4.5 Предложенные автором новые решения (принципы, методы) аргументированы и оценены по сравнению с известными решениями:</p> <p>1) <u>критический анализ есть;</u></p> <p>2) анализ частичный;</p> <p>3) анализ представляет собой не собственные мнения, а цитаты других авторов;</p> <p>4) анализ отсутствует.</p>	<p>В диссертационной работе представлен критический анализ известных результатов и аргументированное сравнение предложенных автором подходов с существующими в научной литературе.</p> <p>Автор проводит анализ известных постановок корректных задач для операторов Лапласа–Бельтрами и их возмущений, выявляя их ограничения и предлагая собственные решения, основанные на новых методах построения функций Грина и корректных ограничений операторов. В работе продемонстрирована самостоятельность и оригинальность подхода: предложенные методы позволяют обобщить класс корректно разрешимых задач и расширить спектральные результаты для операторов на римановых многообразиях.</p> <p>Таким образом, в диссертации присутствует критический анализ существующих решений, а новые методы и принципы аргументированы и сопоставлены с известными результатами.</p> <p>Вывод: Критический анализ есть.</p>
5.	<p>Принцип научной новизны</p> <p>5.1 Научные результаты и положения являются новыми?</p> <p>1) <u>полностью новые;</u></p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%).</p>	<p>Научные результаты и положения диссертационной работы являются полностью новыми.</p> <p>Диссертация содержит обоснованные и оригинальные решения, связанные с исследованием оператора Лапласа–Бельтрами и его возмущений в различных геометрических конфигурациях. Автором впервые поставлены и исследованы новые типы корректных граничных задач, построены функции Грина для возмущённых операторов, доказаны свойства дискретности спектра, а также проведён</p>

		спектральный анализ операторов с δ -образными возмущениями. Полученные результаты не сводятся к модификации или пересказу известных подходов, а представляют собой самостоятельный вклад в развитие математической теории дифференциальных операторов и спектрального анализа на римановых многообразиях.
	<p>5.2 Выводы диссертации являются новыми?</p> <p>1) <u>полностью новые;</u></p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%).</p>	<p>Выводы, сформулированные в диссертационной работе, являются <u>полностью новыми</u>. Они опираются на оригинальные результаты, полученные автором в ходе исследования, и отражают новые постановки задач, обоснование корректности их решений, а также результаты спектрального анализа возмущённых операторов Лапласа–Бельтрами и гармонического осциллятора. Выводы не повторяют известных положений, а представляют собой самостоятельные научные обобщения, полученные в результате оригинального подхода к решению задач спектральной теории и анализа дифференциальных операторов на римановых многообразиях. Полученные автором выводы имеют значение для дальнейшего развития математической теории корректных задач и спектральных методов.</p>
	<p>5.3 Технические, технологические, экономические или управленические решения являются новыми и обоснованными:</p> <p>1) <u>полностью новые;</u></p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%).</p>	<p>Предложенные в диссертации решения являются <u>полностью новыми</u> и обоснованными. Несмотря на теоретико-математическую направленность исследования, автором разработаны новые методы анализа и постановки корректных задач, обладающие потенциалом применения при решении прикладных проблем спектральной теории и математической физики. Полученные результаты</p>

			<p>могут быть использованы при математическом моделировании физических процессов, описываемых уравнениями с операторами Лапласа–Бельтрами и их возмущениями.</p> <p>Предложенные подходы отличаются оригинальностью, строгостью обоснований и обладают практической значимостью для дальнейшего развития как фундаментальных, так и прикладных направлений анализа дифференциальных операторов.</p>
6.	Обоснованность основных выводов	<p>Все основные выводы основаны/не основаны на весомых с научной точки зрения доказательствах либо достаточно хорошо обоснованы (для qualitative research (куолитатив ресеч) и направлений подготовки по искусству и гуманитарным наукам).</p>	<p>Все основные выводы диссертации основаны на весомых с научной точки зрения доказательствах и достаточно хорошо обоснованы.</p>
7.	Основные положения, выносимые на защиту	<p>Необходимо ответить на следующие вопросы по каждому положению в отдельности:</p> <p>7.1 Доказано ли положение?</p> <p>1) <u>доказано</u>;</p> <p>2) скорее доказано;</p> <p>3) скорее не доказано;</p> <p>4) не доказано;</p> <p>5) в текущей формулировке проверить доказанность положения невозможно.</p>	<p>Положения, выносимые на защиту:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Построены и исследованы корректные постановки задач для возмущённых операторов; Лапласа–Бельтрами на римановых многообразиях - Построены функции Грина для возмущённого оператора Лапласа–Бельтрами; - Исследованы корректные постановки задач для уравнения Лапласа–Бельтрами на трёхмерной сфере с разрезом по окружности; - Проведены спектральный анализ возмущённых операторов Лапласа–Бельтрами и гармонического осциллятора; - Определены инвариантность спектра оператора Лапласа–Бельтрами относительно изометрий; <p>Все основные положения, выносимые на защиту, доказаны, являются нетривиальными и новыми.</p>

			Итог по 7.1: 1) доказано.
	<p>7.2 Является ли тривиальным?</p> <p>1) да;</p> <p>2) <u>нет</u>;</p> <p>3) в текущей формулировке проверить тривиальность положения невозможно.</p>		Все основные положения, выносимые на защиту, не являются тривиальными. Итог по 7.2: 2) нет
	<p>7.3 Является ли новым?</p> <p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет;</p> <p>3) в текущей формулировке проверить новизну положения невозможно.</p>		Все основные положения, выносимые на защиту, являются новыми. Итог по 7.3: 1) да
	<p>7.4 Уровень для применения:</p> <p>1) узкий;</p> <p>2) средний;</p> <p>3) <u>широкий</u>;</p> <p>4) в текущей формулировке проверить уровень применения положения невозможно.</p>		Уровень применения основных положений можно охарактеризовать как широкий . Результаты диссертации могут быть использованы не только в рамках чисто теоретических исследований спектральной теории и операторного анализа, но и при решении прикладных задач математической физики, например, при изучении квантово механических систем с точечными и сингулярными возмущениями.
	<p>7.5 Доказано ли в статье?</p> <p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет;</p> <p>3) в текущей формулировке проверить доказанность положения в статье невозможно.</p>		Все основные положения, выносимые на защиту, опубликованы и доказаны в статьях автора. Результаты проведенных исследований опубликованы в 7 работ. В частности, в журналах входящих в базу данных Scopus, имеющих процентиль более 50 и в журналах входящих в перечень КОКСОН МНВО РК.
8.	Принцип достоверности.	8.1 Выбор методологии - обоснован или методология достаточно подробно описана:	Выбор методологии обоснован , и методология достаточно подробно описана. В диссертации

Достоверность источников и предоставляемой информации	<p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет.</p>	<p>выбранные методы исследования (анализ дифференциальных операторов, теория самосопряжённых расширений, спектральный анализ) аргументированы и описаны достаточно подробно для воспроизводимости результатов. Обоснованность методологии подтверждается ссылками на авторитетные научные источники и строгим математическим аппаратом. Итог по 8.1: 1) да</p>
	8.2 Результаты диссертационной работы получены с использованием современных методов научных исследований и методик обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий:	<p>В исследовании применяются современные математические методы анализа операторов и спектральной теории, а также компьютерные технологии для проведения расчётов и численных экспериментов. Использование таких подходов обеспечивает высокую достоверность и воспроизводимость полученных результатов.</p> <p>Итоговый выбор: 1) да.</p>
	<p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет.</p>	
	8.3 Теоретические выводы, модели, выявленные взаимосвязи и закономерности доказаны и подтверждены экспериментальным исследованием (для направлений подготовки по педагогическим наукам результаты доказаны на основе педагогического эксперимента):	<p>В диссертации все теоретические результаты строго обоснованы с использованием современного математического аппарата и доказательств. Для данного направления исследования эксперимент в классическом смысле не является необходимым, так как подтверждение достоверности осуществляется через строгое математическое доказательство и логическую проверку полученных результатов.</p>
	<p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет.</p>	
	8.4 Важные утверждения <u>подтверждены</u> /частично подтверждены/не подтверждены ссылками на актуальную и достоверную научную литературу.	<p>В диссертации приведены ссылки на современные и авторитетные научные источники, что обеспечивает обоснованность теоретических положений и подтверждает достоверность полученных</p>

			результатов. Используемая литература охватывает как классические работы по спектральной теории и операторному анализу, так и актуальные публикации последних лет.
	8.5 Использованные источники литературы <u>достаточны/не</u> достаточны для литературного обзора.		<p>В диссертации использованы 62 источника литературы, охватывающих широкий круг научных публикаций, включая как классические фундаментальные работы по спектральной теории дифференциальных операторов, так и современные исследования, посвящённые возмущённым операторам, корректным постановкам задач и их приложениям в математической физике.</p> <p>Подбор источников отличается полнотой и научной релевантностью: он обеспечивает целостное представление о современном состоянии рассматриваемой проблемы, позволяет провести критический анализ существующих подходов и убедительно обосновать научную новизну полученных результатов.</p> <p>Итоговый вывод: использованные источники литературы — <u>достаточны</u> для литературного обзора.</p>
9	Принцип практической ценности	<p>9.1 Диссертация имеет теоретическое значение:</p> <p>1) <u>да;</u></p> <p>2) нет.</p>	<p>Исследование вносит вклад в развитие спектральной теории и теории дифференциальных операторов, расширяет представления об операторе Лапласа–Бельтрами в областях с особенностями, а также обосновывает новые постановки и методы анализа. Полученные результаты имеют фундаментальный характер и могут служить основой для дальнейших теоретических исследований в математике и математической физике.</p>

		<p>9.2 Диссертация имеет практическое значение и существует высокая вероятность применения полученных результатов на практике:</p> <p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет.</p>	<p>Разработанные в работе методы исследования операторов Лапласа–Бельтрами с особенностями могут быть использованы при моделировании процессов в математической физике, квантовой механике и смежных областях. Это подтверждает как фундаментальную, так и прикладную ценность исследования.</p>
		<p>9.3 Предложения для практики являются новыми:</p> <p>1) <u>полностью новые</u>;</p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%).</p>	<p>Практические предложения, вытекающие из результатов диссертации, связаны с разработкой и применением новых методов анализа операторов Лапласа–Бельтрами с особенностями и возмущённых операторов. Эти методы могут использоваться в задачах математической физики и смежных дисциплин, что обеспечивает новизну и прикладную ценность предложений.</p>
10.	Качество написания и оформления	<p>Качество академического письма:</p> <p>1) <u>высокое</u>;</p> <p>2) среднее;</p> <p>3) ниже среднего;</p> <p>4) низкое.</p>	<p>Качество академического письма высокое, результаты и исследования представлены ясно, оформление работы соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям.</p>
11.	Замечания к диссертации	По оформлению и по полученным результатам существенных замечаний и недостатков в работе не выявлено.	
12.	Научный уровень статей докторанта по теме исследования (в случае защиты диссертации в форме серии статей официальные рецензенты комментируют научный уровень каждой статьи докторанта по теме исследования)	<p>Публикации докторанта соответствуют теме диссертационного исследования и отражают его основные научные результаты. Статьи опубликованы в рецензируемых международных журналах, индексируемых в базах Scopus и Web of Science (Q1–Q4). Работы отличаются высоким теоретическим уровнем, строгим математическим обоснованием и соответствуют международным стандартам научных публикаций.</p> <p>Оценка: научный уровень статей — высокий.</p>	

13.	<p>Решение официального рецензента (согласно пункту 28 настоящего Типового положения)</p> <p>Считаю, что диссертация Қ. А. Досмагұловой на тему: «Корректно разрешимые задачи для оператора Лапласа-Бельтрами на римановой сфере с разрезами», полностью удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора философии (PhD), а её автор - Досмагұлова Қарлығаш Алматқызы заслуживает присуждения ученой степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05401 - Математика».</p>
-----	---

Официальный рецензент:

Доктор физико-математических наук,
профессор Международного
казахско-турецкого университета
имени Х.А.Ясави

Батирхан Турметов

РАСТАЙМЕН
Қ. А. Ясави атындағы
Халықаралық қазақ-түрік
университеті
Адам ресурстарын басқару
бастырының
басқару бөлімі

